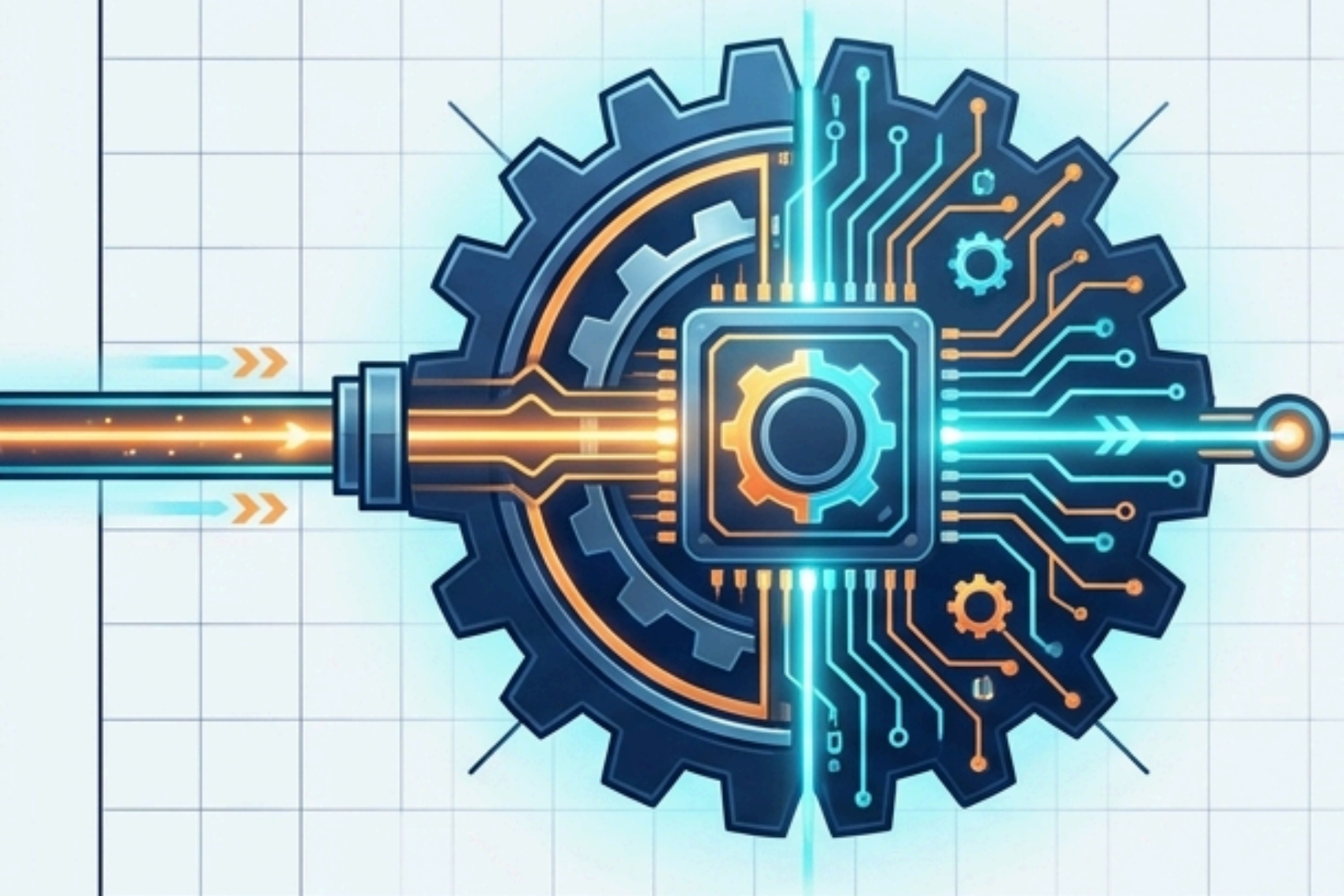


Bedah Materi dan Strategi Penyelesaian Soal Aljabar TKA Matematika



MATERI & & DRILL: FUNGSI, KOMPOSISI, DAN INVERS

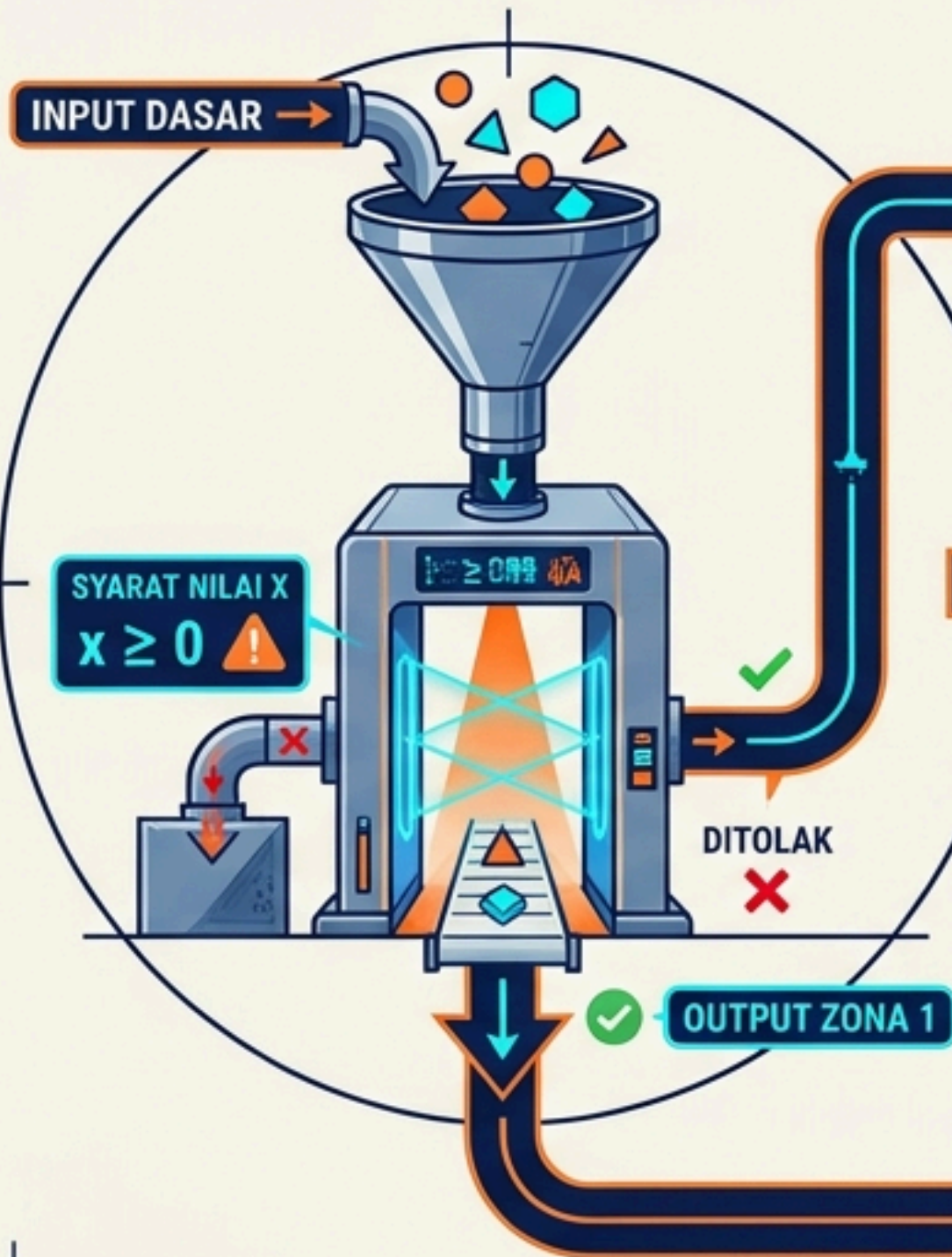
Disusun oleh: Willy Apriza

Peta Konsep: Anatomi Pabrik Fungsi

1

1. Operasi & Domain

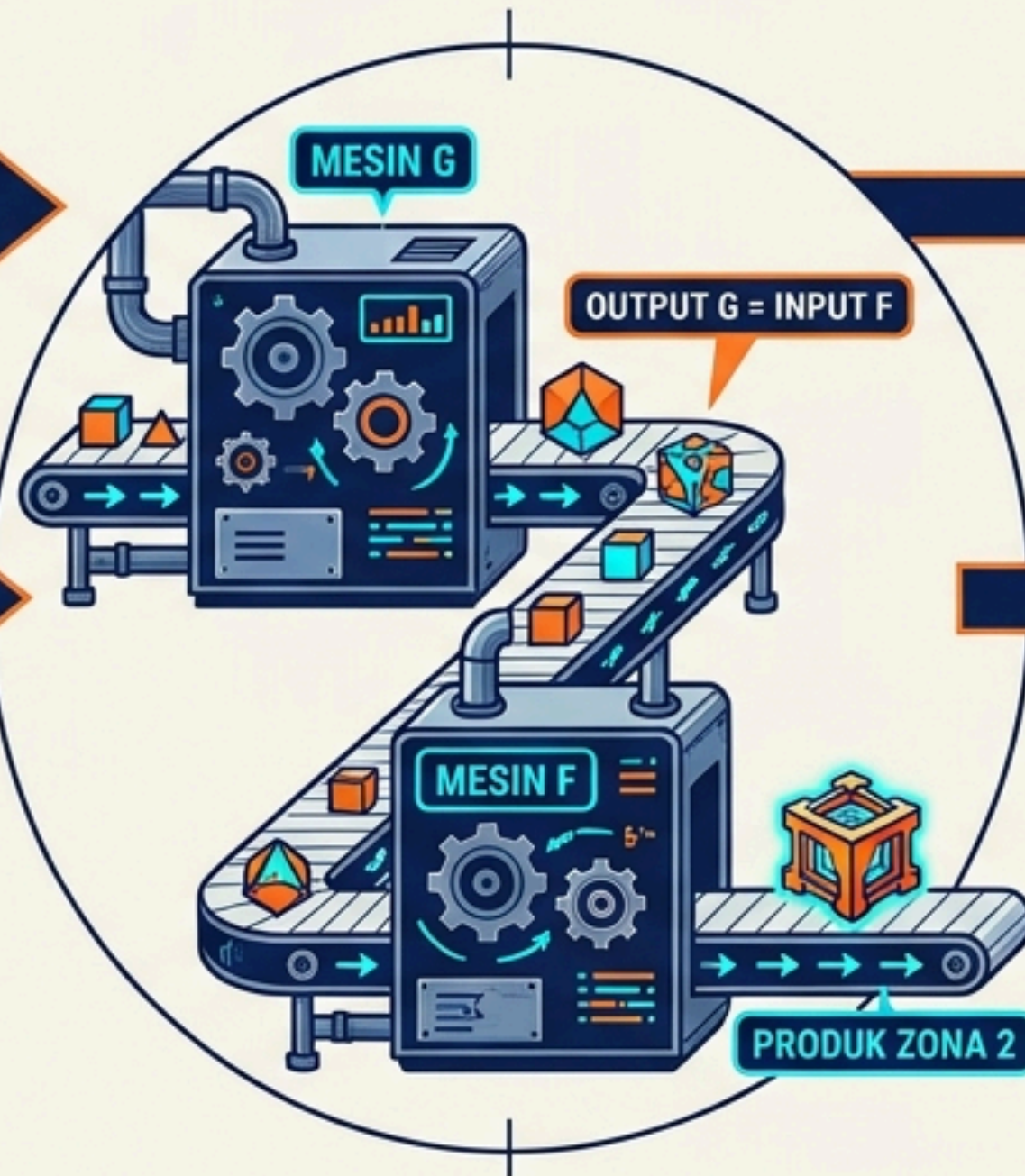
Memproses input dasar dan melewati pos pemeriksaan keamanan (syarat nilai x).



2

2. Komposisi Fungsi

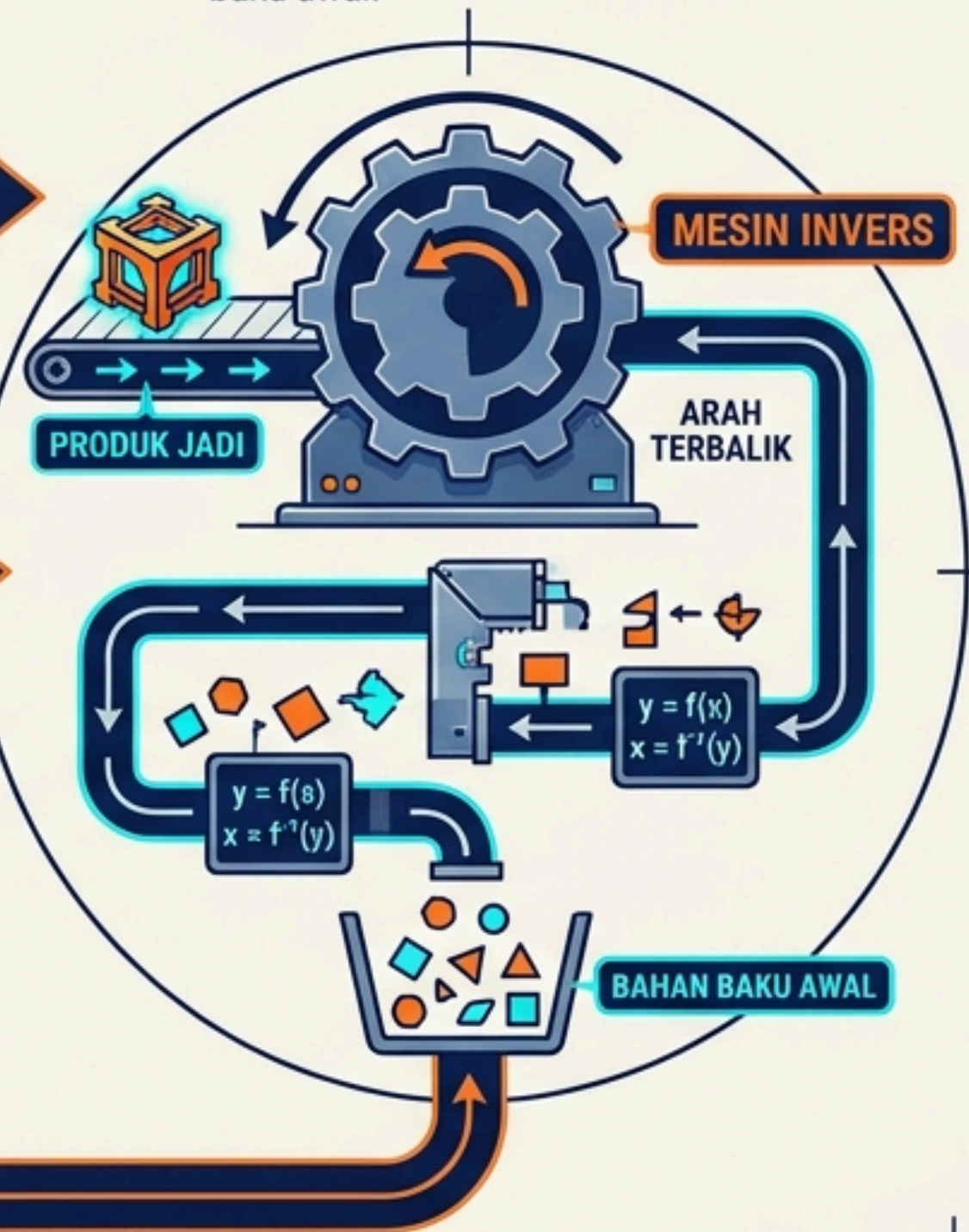
Garis perakitan ganda: output dari Mesin G langsung menjadi bahan baku untuk Mesin F.



3

3. Fungsi Invers

Rekayasa balik: menjalankan mesin dari arah berlawanan untuk melacak bahan baku awal.



Operasi Dasar & Pos Pemeriksaan Domain

Aturan Operasi Dasar

Penjumlahan:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

Pengurangan:

$$(f - g)(x) = f(x) - (g(x))$$

⚠
(Awat: Wajib
gunakan tanda
kurung!)

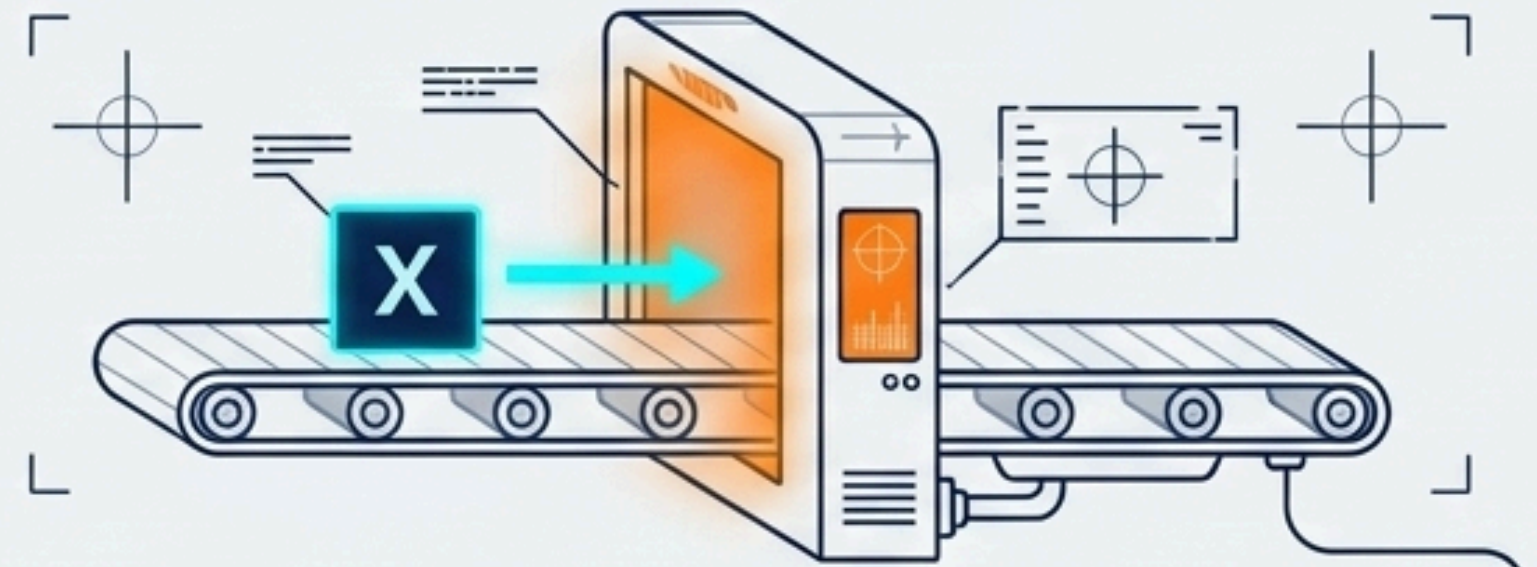
Perkalian:

$$(f * g)(x) = f(x) * g(x)$$

Pembagian:

$$(f / g)(x) = f(x) / g(x)$$

Syarat Domain (Daerah Asal)

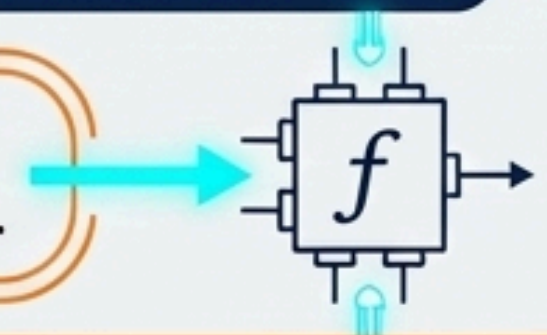


Bentuk Akar:
Isi di dalam akar ≥ 0

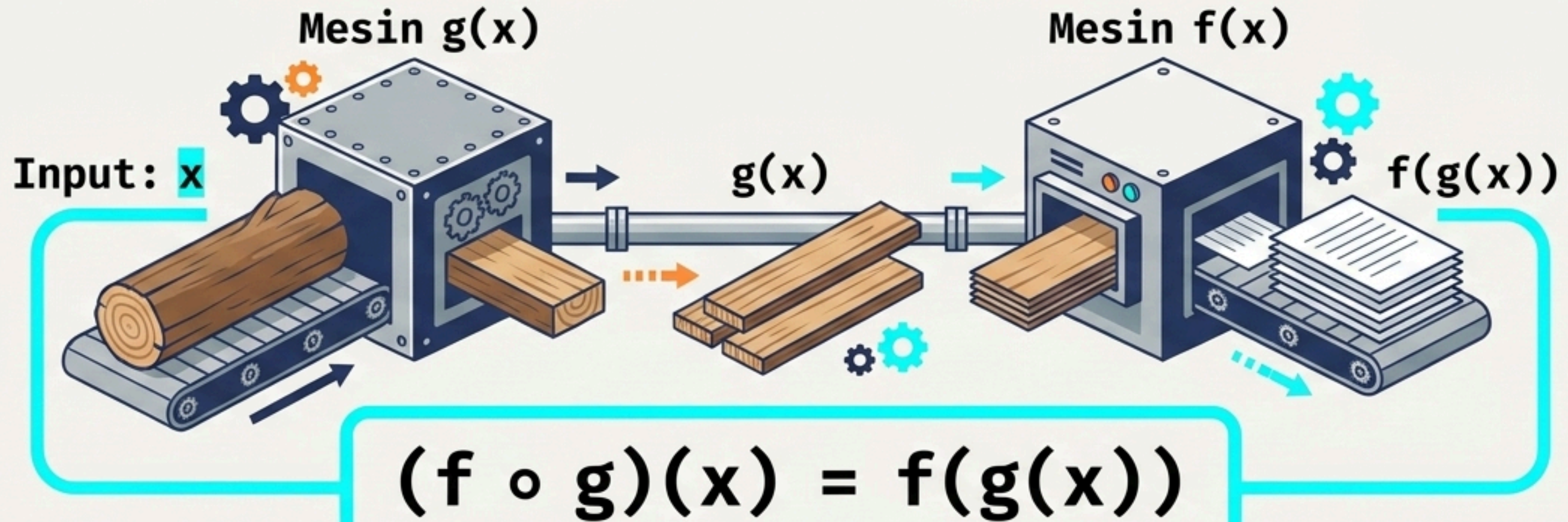


Bentuk Pecahan:
Penyebut $\neq 0$

Hanya X yang lolos scanner ini
yang dapat diproses oleh fungsi.



Komposisi Fungsi Adalah Garis Perakitan Berkelanjutan



Kunci Eksekusi:

Kerjakan dari **KANAN ke KIRI**. Fungsi yang posisinya paling kanan (**Mesin G**) adalah proses pertama. Output dari G langsung dimasukkan sebagai input (nilai x) untuk fungsi F.

Matriks Sifat Operasi: Apa yang Boleh dan Tidak Boleh?

Property Name	Mathematical Rule	Status
Komutatif Aljabar	$f + g = g + f$	✓ BISA
Komutatif Komposisi	$f \circ g \neq g \circ f$	✗ TIDAK BISA (Posisi tidak bisa ditukar)
Asosiatif Komposisi	$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$	✓ BISA (Boleh dikelompokkan bebas)
Sifat Identitas	$f \circ I = I \circ f = f$	✓ BISA (I adalah fungsi netral x)
Invers Komposisi	$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$	✓ BISA (Arah dibalik total)

Rekayasa Balik: Kode Curang Fungsi Invers UTBK

Mengubah output y kembali menjadi input x dalam hitungan detik.

Fungsi Linear

Bentuk Asal:
 $f(x) = ax + b$

Trik Cepat:
 $f^{-1}(x) = (x - b) / a$

(Pindah ruas secara visual: tambah jadi kurang, kali jadi bagi)

Fungsi Rasional

Bentuk Asal:
 $f(x) = (ax + b) / (cx + d)$

Trik Cepat:
 $f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$

(Tukar posisi elemen ujung a dan d , lalu kalikan keduanya dengan minus)

Latihan 1: Model Pilihan Ganda (Eksekusi Komposisi)

Diketahui fungsi:

$$f(x) = x^2 - 5x + 2$$

$$g(x) = 2x - 3$$

Fungsi komposisi $(f \circ g)(x)$ adalah...

- (A) $4x^2 - 22x + 26$
- (B) $4x^2 - 12x + 10$
- (C) $2x^2 - 10x + 1$
- (D) $2x^2 - 10x - 1$
- (E) $4x^2 - 22x - 26$

Latihan 2: Model Pilihan Ganda 1-2-3-4 (Analisis Domain)

Diketahui $f(x) = \frac{3}{x+2}$ dan $g(x) = \sqrt{x-3}$. Manakah pernyataan berikut yang benar?

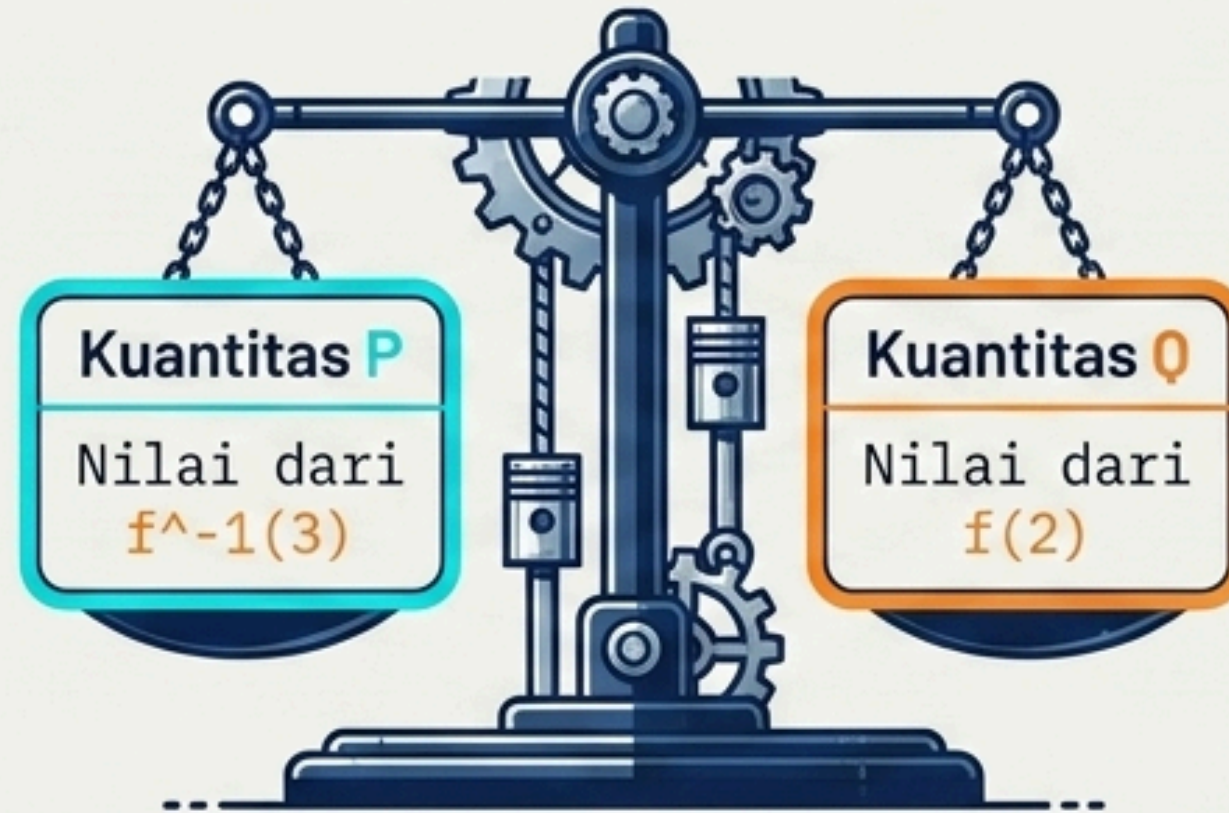
1. Domain daerah asal $f(x)$ adalah $x \neq -2$.
2. Domain daerah asal $g(x)$ adalah $x \geq 3$.
3. Domain dari operasi $(f - g)(x)$ adalah $x \geq 3$.
4. Domain dari operasi $(f * g)(x)$ adalah semua bilangan real.

Kunci Jawaban UTBK

- (A) 1, 2, dan 3 SAJA yang benar.
- (B) 1 dan 3 SAJA yang benar.
- (C) 2 dan 4 SAJA yang benar.
- (D) HANYA 4 yang benar.
- (E) SEMUA pilihan benar.

Latihan 3: Model Pernyataan Kuantitas (Kecepatan Invers)

Informasi Utama:
Fungsi didefinisikan sebagai $f(x) = (x+4) / (2x-1)$.



(A) Kuantitas P lebih besar daripada Q.

(B) Kuantitas Q lebih besar daripada P.

(C) Kuantitas P sama dengan Q.

(D) Informasi yang diberikan tidak cukup untuk memutuskan salah satu dari tiga pilihan di atas.

Latihan 4: Model Kecukupan Data (Logika Komposisi)

Pertanyaan: Berapakah nilai dari $f(3)$?



(A) Pernyataan (1) SAJA cukup, (2) SAJA tidak cukup.

(B) Pernyataan (2) SAJA cukup, (1) SAJA tidak cukup.

(C) DUA pernyataan BERSAMA-SAMA cukup, tapi satu saja tidak.

(D) Pernyataan (1) SAJA cukup ATAU pernyataan (2) SAJA cukup.

(E) Pernyataan (1) dan (2) tidak cukup.

Solusi Visual: Latihan 1 & 2

Solusi Latihan 1

1. Masukkan $g(x)$ ke dalam $f(x)$:

$$= (2x - 3)^2 - 5(2x - 3) + 2$$

2. Ekspansi secara teliti:

$$= (4x^2 - 12x + 9) - 10x + 15 + 2$$

$$= 4x^2 - 22x + 26$$

(Jawaban: A)

Solusi Latihan 2

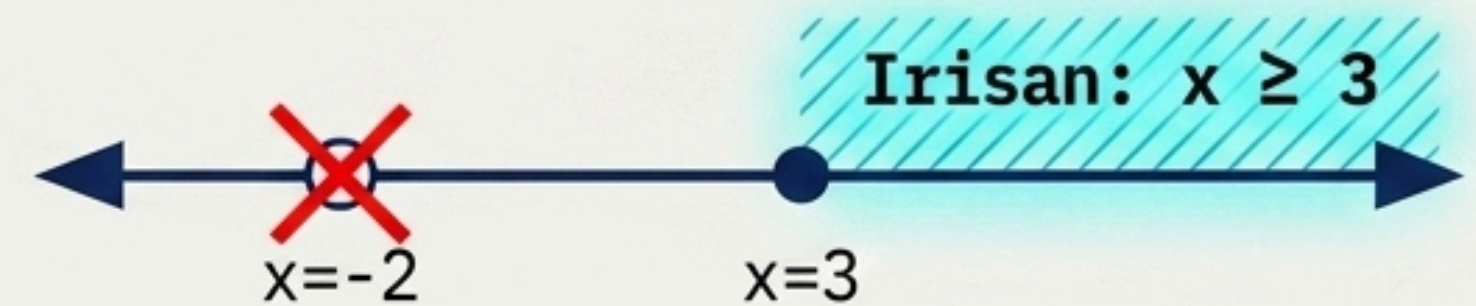
1. Syarat $f(x)$: Penyebut

$$x+2 \neq 0 \rightarrow x \neq -2 \text{ (Benar)}$$

2. Syarat $g(x)$: Akar

$$x-3 \geq 0 \rightarrow x \geq 3 \text{ (Benar)}$$

3 & 4. Operasi gabungan (+, -, *)
harus memenuhi KEDUA syarat.



Irisan domain gabungan adalah $x \geq 3$.
(Pernyataan 3 Benar, 4 Salah).

(Jawaban: A - 1,2,3 Benar)

Solusi Visual: Latihan 3 & 4



Solusi Latihan 3 (P vs Q)

Trik Invers Rasional: Tukar ujung & kali minus!

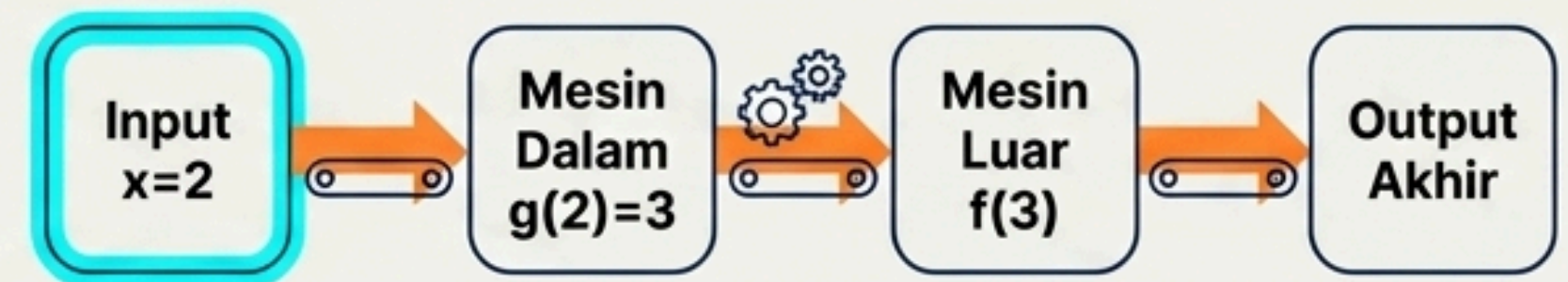
$$f(x) = (1x+4)/(2x-1) \rightarrow f^{-1}(x) = (-((-1)x+4)/(2x-1) = (x+4)/(2x-1)$$

$$P: f^{-1}(3) = \frac{(3+4)}{(6-1)} = \frac{7}{5} = 1.4$$

$$Q: f(2) = \frac{(2+4)}{(4-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

Q > P (Jawaban: B)

Solusi Latihan 4 (Kecukupan Data)



Untuk mencari **f(3)** dari sebuah komposisi, kita butuh 2 hal:

1. Bentuk akhir mesin gabungan (Pernyataan 1).
2. Nilai input **x** yang membuat mesin dalam **g(x)** = **3** (Pernyataan 2).

Karena **g(x) = 2x-1 = 3 -> x=2**.

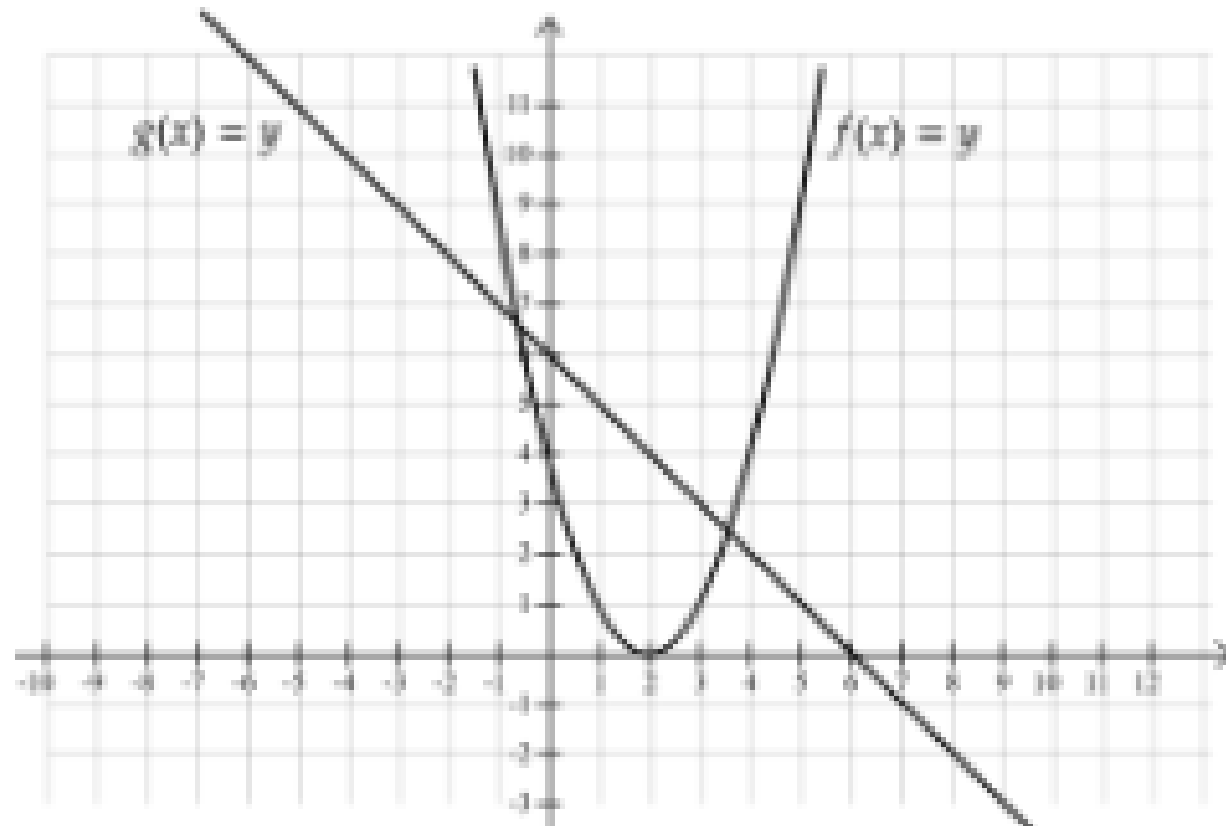
Kita bisa masukkan x=2 ke persamaan (1) untuk mendapat hasil akhir.

Kedua informasi mutlak saling melengkapi.

(Jawaban: C)

Komposisi Fungsi

Perhatikan gambar berikut!



Nilai dari $(g \circ f)(2) = \dots$

- A. 0
- B. 2
- C. 4
- D. 6
- E. 9

Ruang Jawaban

Komposisi Fungsi

01

Jika $f(x) = 2x + 3$ dan
 $(g \circ f)(x) = 3x^2 + 2$,
maka $g(3) = \dots$

- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. 1
- E. 0

Ruang Jawaban

Analisis Kuantitas P & Q

02

Diketahui $f(x) = \frac{10}{x^2 - x + 3}$ dan $g(x) = \frac{x-1}{2}$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
Nilai $f(g(a))$ untuk $a = -1$ atau $a = 3$	3

- A. $P > Q$
- B. $P < Q$
- C. $P = Q$
- D. tidak dapat ditentukan hubungan P dan Q

Ruang Eksplorasi

Diketahui $f(x) = \frac{5}{2x^2 - 3x + 1}$ dan $g(x) = \frac{2}{x - 1}$

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
Nilai $f(g(a))$ untuk $a = 2$ atau $a = -1$	0

- A. $P > Q$
- B. $P < Q$
- C. $P = Q$
- D. tidak dapat ditentukan hubungan P dan Q

Area Hitung

Analisis Pernyataan (1, 2, 3, 4)

04

Diketahui $f(x) = 2x - 1$ dan $g(x) = x^2 - x + 2$. Manakah di antara pilihan berikut yang bernilai benar?

1. $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 2x + 3$;
 2. $(f \circ g)(1) = 3$;
 3. $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 6x + 4$;
 4. $(g \circ f)(1) = 3$.
-
- A. 1, 2, dan 3
 - B. 1 dan 3
 - C. 2 dan 4
 - D. 4
 - E. 1, 2, 3, dan 4

Ruang Eksplorasi

Analisis Pernyataan (1, 2, 3, 4)

05

Diketahui $f(x) = 2x - 1$ dan $g(x) = x^2 - x + 2$.
Berdasarkan informasi di atas, manakah di
antara pilihan berikut yang bernilai benar?

1. $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 2x + 3$
2. $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 6x + 4$
3. $(f \circ g)(1) = 3$
4. $(g \circ f)(x) = 4$

- A. 1, 2, dan 3 **SAJA** yang benar.
- B. 1 dan 3 **SAJA** yang benar.
- C. 2 dan 4 **SAJA** yang benar.
- D. **HANYA 4** yang benar.
- E. **SEMUA** pilihan benar.

Analisis Pernyataan (1, 2, 3, 4)

Diberikan $g(x) = 5x + 3$ dan $(f \circ g)(x) = 3x^2 + 5$.
Berdasarkan informasi tersebut, manakah di antara pilihan berikut yang bernilai benar?

1. $f(3) = 6$
 2. $f(8) = 8$
 3. $f(-2) = -8$
 4. $f^{-1}(8) = -2$
- A. 1, 2, dan 3 SAJA yang benar.
 - B. 1 dan 3 SAJA yang benar.
 - C. 2 dan 4 SAJA yang benar.
 - D. HANYA 4 yang benar.
 - E. SEMUA pilihan benar.

Kecukupan Data

Diketahui $f(x) = 2x - c$. Berapa nilai c ?

Tentukan apakah pernyataan berikut cukup untuk menjawab pertanyaan di atas.

1. $f^{-1}(x) = \frac{x + 2}{2}$

2. $f^{-1}(c) = c$

- A. Pernyataan 1 SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan 2 SAJA tidak cukup.
- B. Pernyataan 2 SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi pernyataan 1 SAJA tidak cukup.
- C. Dua pernyataan BERSAMA-SAMA cukup untuk menjawab pertanyaan, tetapi satu saja tidak cukup.
- D. Pernyataan 1 SAJA cukup untuk menjawab pertanyaan dan pernyataan 2 SAJA cukup.
- E. Pernyataan 1 dan 2 tidak cukup untuk menjawab pertanyaan.

Ruang Eksplorasi

Diketahui $f(x) = 3(c - x)$ dengan fungsi invers f^{-1} yang memenuhi $f^{-1}(c^2 - 1) = -1$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
Nilai c	5

- A. $P > Q$
- B. $P < Q$
- C. $P = Q$
- D. tidak dapat ditentukan hubungan P dan Q

Invers & Kuantitas P & Q

09

Didefinisikan fungsi f dengan $f(x) = 2c + 3x$ untuk suatu bilangan real c . Fungsi tersebut memiliki invers f^{-1} yang memenuhi $f^{-1}(c^2 + c) = 4$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
c	4

- A. $P > Q$
- B. $P < Q$
- C. $P = Q$
- D. Tidak dapat ditentukan hubungan P dan Q .

Coret-coretan

Invers Fungsi Rasional

10

Diketahui fungsi $f(x) = \frac{x-2}{2x+1}$.

Berdasarkan informasi yang diberikan, manakah hubungan antara kuantitas P dan Q berikut yang benar?

P	Q
Nilai $f^{-1}(a)$ untuk $a = 1$ atau $a = -1$	0

- A. $P > Q$ B. $Q < P$
C. $P = Q$
D. tidak dapat ditentukan hubungan P dan Q.

Ruang Eksplorasi

Invers dari $f(x) = px + q$ adalah

A. $f^{-1}(x) = \frac{x - p}{q}$

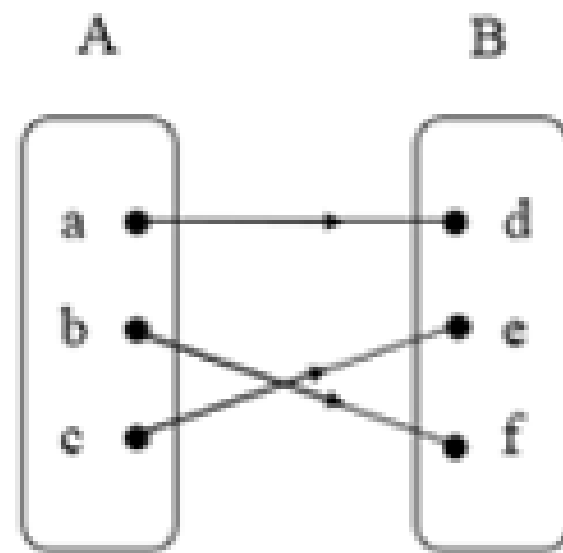
B. $f^{-1}(x) = \frac{x - q}{p}$

C. $f^{-1}(x) = \frac{x}{p} - q$

D. $f^{-1}(x) = q - \frac{x}{p}$

E. $f^{-1}(x) = \frac{x + q}{p}$

Perhatikan relasi $g : A \rightarrow B$ berikut!



Jika g^{-1} merupakan fungsi invers dari g ,
maka hasil dari $g^{-1}(e)$ adalah

- A. b
- B. c
- C. d
- D. e
- E. f

Coret-coretan

13 - 14

Jika $f(x) = 1 + 2x$, maka nilai dari $f^{-1}(-1)$ adalah

- A. -3
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 3

Invers dari fungsi $f(x) = 4x + 5$ adalah $f^{-1}(x)$. Nilai dari $f^{-1}(1)$ adalah

- A. 9
- B. 4
- C. 1
- D. -1
- E. -4

Coret-coretan

Diketahui fungsi f ditentukan oleh $f(x) = \frac{x+2}{3x-5}$; $x \neq \frac{5}{3}$ dan f^{-1} adalah fungsi invers dari f , maka $f^{-1}(x) = \dots$

A. $\frac{2x-3}{5x+1}$; $x \neq -\frac{1}{5}$

D. $\frac{5x+2}{3x-1}$; $x \neq \frac{1}{3}$

B. $\frac{3x+1}{2x+5}$; $x \neq -\frac{5}{2}$

E. $\frac{2x-5}{x+3}$; $x \neq -3$

C. $\frac{5x-2}{x+3}$; $x \neq -3$

Jika $f(x - 2) = \frac{2x-3}{3x+4}$; $x \neq -\frac{4}{3}$, maka $f^{-1}(1) = \dots$

- | | |
|-------|--------|
| A. -6 | D. -9 |
| B. -7 | E. -10 |
| C. -8 | |

Diketahui $f : R \rightarrow R; g : R \rightarrow R, f(x) = \frac{x+4}{x-6}$, $x \neq 6$ dan $g(x) = 2x - 1$, maka $(f \circ g)^{-1}(x)$ adalah

A. $\frac{7x+3}{2x+2}; x \neq -1$

D. $\frac{3x+7}{2x-2}; x \neq 1$

B. $\frac{7x+3}{2x-2}; x \neq 1$

E. $\frac{x+7}{2x-2}; x \neq 1$

C. $\frac{x+3}{2x-2}; x \neq 1$

Coret-coretan

Diberikan fungsi f dan g dengan

$$f(x) = 2x + 1 \text{ dan}$$

$$(g \circ f)(x) = \frac{x}{x-1}, x \neq 1, \text{ maka invers}$$

dari fungsi g adalah $g^{-1}(x) = \dots$

A. $\frac{3x-1}{x-1}, x \neq 1$

D. $\frac{2x}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2}$

B. $\frac{3x-1}{x}, x \neq 0$

E. $\frac{2x+1}{2x}, x \neq 0$

C. $\frac{2x-1}{x-1}, x \neq 1$

Diketahui $f(x) = 2x - 8$ dan

$g(x) = \frac{x}{2} + 1$. Nilai dari $(f \circ g)^{-1}(1)$

adalah

A. 4

D. 7

B. 5

E. 8

C. 6

Diketahui $f(x) = \frac{x}{4}$ dan $g(x) = 4 - x$.

Nilai dari $(g^{-1}(x)) \circ (f^{-1}(x))$ dan $(f \circ g)^{-1}(x)$ berturut-turut adalah

- A. $4 - 4x$ dan $4 - \frac{x}{4}$
- B. $4 - 4x$ dan $\frac{4 - x}{4}$
- C. $\frac{4 - x}{4}$ dan $4 - 4x$
- D. Keduanya bernilai $\frac{4 - x}{4}$
- E. Keduanya bernilai $4 - 4x$

Cetak Biru Utama: Ringkasan Materi Fungsi



screenshot this



Cek Keamanan Domain

Akar: $\sqrt{f(x)} \rightarrow f(x) \geq 0$

Pecahan:

$\frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow g(x) \neq 0$

Operasi (+, -, *): **Irisan**
dari kedua domain.



Hukum Komposisi

$f(g(x))$ = Masukkan G ke dalam F (Kanan ke Kiri).



Tidak Komutatif:

$f \circ g \neq g \circ f$

Asosiatif:

$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$



Trik Kilat Invers

$f(x) = ax + b \rightarrow \frac{x - b}{a}$

$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \rightarrow \frac{-dx + b}{cx - a}$

$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$
(Balik Arah)